

und als Zusatz durch das Feld:

$$L' = \mathfrak{R} \cdot \frac{dp}{dt} \tau \frac{1}{m}. \quad (6.14)$$

Mit $\mathfrak{R} = dp/dt = -e \mathfrak{F}$ und der Ersetzung

$$\mathfrak{R} \cdot \mathfrak{R} \tau \longrightarrow \mathfrak{R} \mathfrak{R} \cdot \mathfrak{T}$$

ergibt sich daraus, wenn man noch über die Teilflächen summiert:

$$L' = e^2 \sum \mathfrak{F} \mathfrak{F} \cdot (\mathfrak{T} \cdot \Phi). \quad (6.15)$$

Die geforderte Gleichheit der Leistungsaufnahme liefert (2.7). Man bekommt (2.7) natürlich auch durch Einsetzen von (6.11) und (6.12) in (1.11) bzw. (1.13).

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. WALTER FRANZ, danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für fördernde Diskussionen.

Über das Verhalten von n-Ge-Einkristallen im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums.

VON GÜNTER FINKE UND GÜNTER LAUTZ

Aus dem Institut für technische Physik der Technischen Hochschule Braunschweig
(Z. Naturforschg. 14 a, 62—74 [1959] ; eingegangen am 10. September 1958)

Nach theoretischen Betrachtungen von CONWELL und MOTT soll der Übergang vom normalen Leitungsmechanismus eines Halbleiters zur Störbandleitung im Gebiet tiefster Temperaturen durch eine Kompensation der Störstellenarten des Kristalls begünstigt werden. In der vorliegenden Arbeit wird durch Messungen der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes und des HALL-Effektes für kleine elektrische Felder an n-Ge-Einkristallen unterschiedlicher Störstellenstruktur diese theoretische Aussage auch experimentell belegt.

Die oberhalb einer bestimmten elektrischen Feldstärke U_D von einigen Volt/cm für Meßtemperaturen unter 10 °K beobachtete reversible Abnahme des elektrischen Widerstandes und der HALL-Konstanten in Abhängigkeit vom angelegten Feld kann bei normalem Leitungsmechanismus mit einer Ladungsträgervervielfachung durch Stoßionisation neutraler Störstellen gedeutet werden. Diese Erklärung wird insbesondere durch die Abnahme der „Durchschlagsfeldstärke“ U_D mit zunehmender Beweglichkeit der Ladungsträger und durch die Zunahme von U_D in einem äußeren Magnetfeld gestützt. Quantitativ können durch die Behinderung der Stoßionisation in einem Magnetfeld außergewöhnlich hohe Widerstandsänderungen von 10 000% bei 300 Gauß für elektrische Feldstärken $U \approx U_D$ beobachtet werden. Im Bereich überwiegender Störbandleitung wird zur Deutung der Feldstärkeabhängigkeiten des Widerstandes und des HALL-Effektes nach SCHOTTKY ein neuer Mechanismus der „Ionisierung“ von Elektronen im Störband benutzt.

1. Einführung und Problemstellung

Experimentelle Untersuchungen an Halbleitern bei hohen Temperaturen führen in den meisten Fällen zu recht übersichtlichen Ergebnissen, da die Stoffeigenschaften im wesentlichen durch das Gitter bestimmt sind. Bei tiefen Temperaturen hingegen gewinnen die verschiedenen Störstellen entscheidenden Einfluß, so daß die Deutung derartiger Versuche erheblich erschwert wird. Es ist daher nicht verwunderlich, wenn es selbst bei den gut bekannten Elementhalbleitern Ge und Si im Tieftemperaturgebiet Effekte gibt, die wohl qualitativ, aber noch nicht quantitativ erklärt werden können. Das trifft insbesondere für diejenigen Meßresultate zu, die nicht den üblichen Erwartungen über das Verhalten eines Störstellenhalbleiters entsprechen und in diesem Sinne Anomalien sind. Zu diesen anomalen Effekten gehören z. B. die unterhalb

10 °K beobachtete Störbandleitung und die schon in kleinen elektrischen Feldern von nur wenigen Volt/cm ermittelte Ladungsträgervervielfachung durch Stoßionisation, die ebenfalls erst im Heliumtemperaturgebiet besonders hervortritt.

Während ein idealer Störstellenhalbleiter zu tiefen Temperaturen hin eine exponentielle Abnahme der elektrischen Leitfähigkeit und eine äquivalente Zunahme der HALL-Konstanten zeigen sollte, konnten schon BUSCH und LABHART¹ am SiC und etwas später HUNG und GLIESMAN^{2, 3} am Ge feststellen, daß unterhalb einer von Probe zu Probe verschiedenen Temperatur die Aktivierungsenergie der Trägererzeugung erheblich abnimmt und die HALL-Konstante ein Maximum durchläuft. Systematische Un-

¹ G. BUSCH u. H. LABHART, Helv. Phys. Acta **19**, 463 [1946].

² C. S. HUNG, Phys. Rev. **79**, 726 [1950].

³ C. S. HUNG u. J. R. GLIESMAN, Phys. Rev. **79**, 727 [1950].



tersuchungen von HUNG und GLIESMAN⁴ und FRITZSCHE und LARK-HOROVITZ^{5,6} ergaben qualitativ, daß der Effekt bei um so höheren Temperaturen einsetzt, je größer die Störstellendichte des Kristalls ist.

Grob anschaulich können diese Experimente durch einen direkten Elektronenübergang von Störstelle zu Störstelle als Störbandleitung plausibel gemacht werden. Doch ist eine befriedigende theoretische Klärung bisher nicht möglich, da die Störstellenkonzentrationen im Versuchsmaterial viel niedriger liegen, als theoretisch für eine derartige Wechselwirkung zu fordern ist. Nach den ersten Rechnungen mit einer regelmäßigen, gitterartigen Störstellenverteilung im Wirtskristall^{3,7,8} zeigen die Arbeiten von JAMES und GINZBARG⁹ bzw. AIGRAIN¹⁰, daß auch eine statistische Verteilung diese grundsätzliche Schwierigkeit nicht zu beheben vermag. Auch die Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den angeregten Zuständen benachbarter Störstellen blieb ohne quantitativen Erfolg¹¹. Nach CONWELL¹² und MOTT¹³ ist das Ausmaß der p-n-Kompensation für das Zustandekommen der Störbandleitung von großer Bedeutung. Nur bei relativ stark p-n-kompensierten Proben kann gewährleistet sein, daß z. B. im Donatorenband eine hinreichende Anzahl freier Plätze für den Elektronentransport verfügbar ist. Aus diesem Grunde werden in der vorliegenden Arbeit Tieftemperaturmessungen an einer eigenleitenden Ge-Probe mit einem Zimmertemperatur-Widerstand von 40 Ohm·cm, an einer mit Sb bis auf 5 Ohm·cm dotierten Probe und schließlich an einem weiteren Kristall vorgenommen, der erst mit der gleichen Sb-Menge und zusätzlich mit In wieder auf den Wert von 40 Ohm·cm gegendotiert worden ist. Ein Vergleich der Störbandleitung dieser Proben sollte den Einfluß der p-n-Kompensation deutlich machen.

Die bei tiefen Temperaturen ermittelte Stoßionisation in Ge-Kristallen ist mit unseren bisherigen Kenntnissen ebenfalls nur qualitativ verständlich. Hier fehlen aber auch noch eingehende und systematische experimentelle Untersuchungen. Der Effekt als solcher wurde 1949 von ESTERMAN, FONER und ZIMMERMAN¹⁴ und GERRITSEN¹⁵ gefunden. Die Abweichungen der Strom-Spannungs-Charakteristik vom OHMSchen Verhalten wurden von DU PRÉ¹⁶ mit lokalen p-n-Übergängen und von CONWELL¹⁷ irrtümlich mit einer Feldstärkeabhängigkeit der Trägerbeweglichkeit interpretiert, bis SCLAR, BURSTEIN, TURNER und DAVISSON¹⁸ die Meßergebnisse durch reversible „Durchschlagsvorgänge“ infolge einer Stoßionisation neutraler Störstellen zu deuten versuchten. Durch die in der Folgezeit erschienenen Arbeiten verschiedener Autoren^{19–27} wird diese Auffassung *qualitativ erhärtet*. Im wesentlichen ist dabei die Widerstandsabnahme mit steigendem elektrischem Feld, die Abhängigkeit der „Durchschlagsfeldstärke“ von der Temperatur und der Trägerbeweglichkeit, sowie das zeitliche An- und Abklingen der Lawinenbildung erfaßt worden. In der vorliegenden Arbeit sollen neue quantitative Ergebnisse über den Zusammenhang zwischen dem Einsetzen der Stoßionisation und der Proben temperatur, der Störstellenstruktur der Proben und insbesondere über die magnetische Beeinflussung der Ladungsträgervielfachung mitgeteilt werden. Diese Erweiterung der experimentellen Fakten ist wünschenswert, um für die theoretische Beschreibung des Leitungsmechanismus schneller Elektronen neue Anhaltspunkte zu ermitteln.

2. Experimentelles

Für die Messungen im Temperaturbereich von 10 °K bis 300 °K diente ein wechselweise mit flüssigem Stickstoff oder mit flüssigem Wasserstoff betriebbarer Thermo-

⁴ C. S. HUNG u. J. R. GLIESMAN, Phys. Rev. **96**, 1226 [1954].

⁵ H. FRITZSCHE u. K. LARK-HOROVITZ, Physica **20**, 834 [1954].

⁶ H. FRITZSCHE, Phys. Rev. **99**, 406 [1955].

⁷ W. BALTESPERGER, Phil. Mag. (7) **44**, 1355 [1953].

⁸ F. STERN u. R. M. TALLEY, Phys. Rev. **100**, 1638 [1955].

⁹ H. M. JAMES u. A. S. GINZBARG, J. Phys. Chem. **57**, 840 [1953].

¹⁰ P. AIGRAIN, Physica **20**, 978 [1954].

¹¹ C. ERGINSOY, Phys. Rev. **80**, 1104 [1950].

¹² E. M. CONWELL, Phys. Rev. **103**, 51 [1956].

¹³ N. F. MOTT, Canad. J. Phys. **34**, 1356 [1956].

¹⁴ I. ESTERMAN, A. FONER u. I. E. ZIMMERMAN, Phys. Rev. **75**, 1631 [1949].

¹⁵ A. N. GERRITSEN, Physica **15**, 427 [1949].

¹⁶ D. F. K. DU PRÉ, Phys. Rev. **77**, 152 u. 571 [1950].

¹⁷ E. M. CONWELL, Phys. Rev. **90**, 769 [1953]; **94**, 1068 [1954].

¹⁸ N. SCLAR, E. BURSTEIN, W. TURNER u. I. W. DAVISSON, Phys. Rev. **91**, 215 [1953].

¹⁹ N. SCLAR, E. BURSTEIN u. I. W. DAVISSON, Phys. Rev. **92**, 858 [1953].

²⁰ E. J. RYDER, I. M. ROSS u. D. A. KLEINMAN, Phys. Rev. **95**, 1342 [1954].

²¹ S. H. KOENIG u. G. R. GUNTHER-MOHR, Phys. Rev. **98**, 228 [1955].

²² F. J. DARNELL u. S. A. FRIEDBERG, Phys. Rev. **98**, 1178 u. 1860 [1955].

²³ G. FINKE u. G. LAUTZ, Z. Naturforsch. **12a**, 223 [1957].

²⁴ G. FINKE, Dissertation, Braunschweig 1957.

²⁵ A. I. ABAULINA-ZAVARITSKAIA, Zh. eksper. teor. Fiz. **30**, 1158 [1956]; J. Exp. Theor. Phys., USSR **3**, 984 [1957].

²⁶ N. SCLAR u. E. BURSTEIN, J. Phys. Chem. Solids **2**, 1 [1957].

²⁷ S. H. KOENIG u. G. R. GUNTHER-MOHR, J. Phys. Chem. Solids **2**, 268 [1957].

stat nach Abb. 1²⁸. Der Wärmeaustausch zwischen der im Inneren befindlichen und von einem Blei-Thermometer umgebenen Probe und dem äußeren Kältebad war durch den He-Gasdruck im Dewarmantel des Metallgefäßes bequem den experimentellen Erfordernissen anpaßbar. Die Heizung gab zudem eine weitere Temperaturregelmöglichkeit. Für Temperaturen unter 20 °K wurde der Innenteil mit flüssigem Wasserstoff gefüllt und abgepumpt, während im Außenraum flüssiger Wasserstoff die Wärmeeinstrahlung hinreichend begrenzte. Zwischen 20 °K und 80 °K befand sich die Probe im

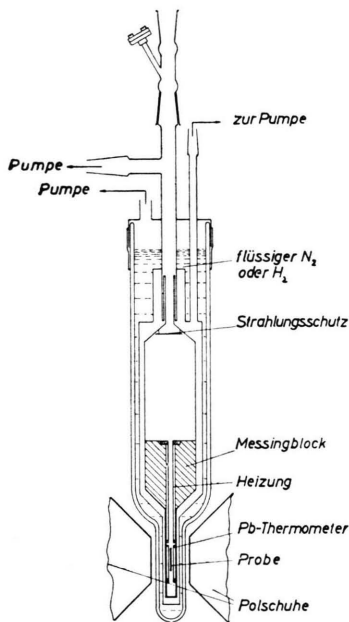


Abb. 1. Thermostat für Messungen zwischen 10° K und 300° K.

Innenraum in einer gasförmigen Wasserstoffatmosphäre. Das Temperaturgleichgewicht zwischen Gas, Thermometer und Probe konnte durch die verdickten Metallteile und eine möglichst enge Ausführung aus dem unteren Teil gegenüber üblichen Anordnungen verbessert werden. Die zeitliche Temperaturkonstanz war weitaus genügend, um einwandfreie Messungen an den Ge-Kristallen ausführen zu können.

Für das Temperaturgebiet unter 10 °K benutzten wir einen He-Expansionsverflüssiger, dessen Schnittzeichnung in Abb. 2 wiedergegeben ist. Die Cu-Druckbombe wurde im Betrieb mit Wasserstoff auf 12 °K vorgekühlt und mit 170 atü He gefüllt. Von einer gesonderten Evakuierung des Zwischenmantels zwischen dem äußeren Wasserstoffbad und der inneren He-Bombe konnte abgesehen werden, da die Aktivkohle in Kontakt mit dem festen Wasserstoff enthaltenden Gefäßteil die Luftreste völlig absorbiert und damit die erforderliche thermische Isolierung der Druckbombe erreicht. Bei einer Expansionszeit von 15 Min. konnten etwa

80% des 130 cm³ großen Innenvolumens mit flüssigem He gefüllt werden. Diese Menge war ausreichend, um im Meßraum (10 cm³) bis zu 5 Stunden die Siedetemperatur des flüssigen He zu halten. Beim Abpumpen verringerte sich die zur Verfügung stehende Meßzeit auf ca. 90 Min.

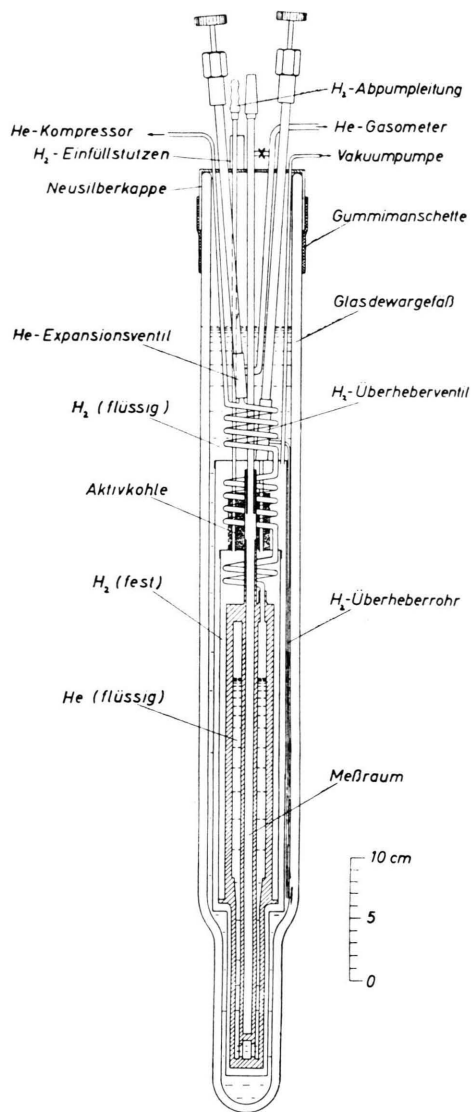


Abb. 2. Helium-Expansions-Verflüssiger für Messungen zwischen 4,2° K und 11° K.

bei 1,95 °K. Der Bedarf an flüssigem Wasserstoff beträgt für die erste Verflüssigung etwa 1,7 Liter. Wird die Verflüssigung unmittelbar nach dem Verdampfen des letzten He wiederholt, sind nurmehr 0,6 Liter flüssiger Wasserstoff für eine erneute He-Verflüssigung notwendig. Die für die zweite Verflüssigung erforderliche Zeit zum Komprimieren, Abkühlen und Expandieren des He kann auf 30 Min. reduziert werden.

²⁸ W. RUPPEL, Dissertation, Braunschweig 1955.

Für die vorliegenden Messungen war es zudem von großem Vorteil, daß durch die Einstellung des Expansionsventils jede Temperatur zwischen 4,2 °K und 11 °K mit großer Genauigkeit über Stunden hinweg konstant zu erhalten war. In dieser Weise konnten Messungen oberhalb 4,2 °K unabhängig von Temperaturschwankungen oder -wanderungen ausgeführt werden.

Um ein leichtes und schnelles Auswechseln der Meßproben zu ermöglichen, ist die He-Druckbombe als Zylinder ausgebildet worden. Der Meßling konnte so von oben her in das innere Rohr eingeführt werden, wobei der Wärmekontakt zur He-Druckbombe durch gasförmiges He von 10–50 Torr hergestellt wurde. Zur definierten Orientierung des Kristalls im Magnetfeld wurde die Probe an einem Quarzstab befestigt und mittels einer Schliffverbindung auch während der Messung um die Längsachse gedreht.

Die Temperaturbestimmung erfolgte mit einem zuvor geeichten Kohle-Schicht-Widerstand, der auch bei mehrfachem Abkühlen und Wiedererwärmen eine streng reproduzierbare exponentielle Widerstands-Temperatur-Kennlinie aufwies. Unter 10 °K ist eine Genauigkeit von 5/1000 °K leicht erreichbar. Die magnetische Widerstandsänderung dieses Kohle-Thermometers war so gering, daß bei Messungen im Magnetfeld keine Korrekturen an den Meßwerten anzubringen waren. Der Wärmekontakt zwischen Probe und Thermometer wurde durch ein beide Teile eng umschließendes Cu-Rohr verbessert.

Um einwandfreie und reproduzierbare Meßergebnisse zu erhalten, wurden zur Unterdrückung von Oberflächeneffekten⁶ die Ge-Kristalle geätzt, anschließend einige Minuten in heißem und kaltem destilliertem Wasser gespült und mit Filterpapier getrocknet. Sperrschichtfreie Elektroden konnten mit einer Sn-Pb-Legierung erzielt werden, der etwas Sb zugesetzt war.

Für die elektrischen Messungen benutzten wir bei Probenwiderständen unter 100 kOhm einen fünfstufigen Dießelhorst-Kompensator, zwischen 100 und 1000 kOhm einen Gleichstromverstärker nach KNICK (Eingangswiderstand $> 10^{10}$ Ohm) und oberhalb 1000 kOhm ein WULFFSches Einfaden-Elektrometer. Die Bestimmung der Widerstände erfolgte durch Vergleich mit geeichten Normalwiderständen. Bei jeder Messung wurde zudem die Stromrichtung zur Kontrolle auf evtl. Sperrschichten umgepolt. Die getrennten Strom- und Potentialdrähte waren glasisoliert und auf Trolitul gehaltert. Die Isolationswiderstände lagen im allgemeinen über 10^{14} Ohm.

3. Verhalten bei kleinen elektrischen Feldern ($U \ll U_D$)

Um zunächst unabhängig von einer durch elektrische Feldwirkung bedingten Ladungsträgervermehrung die Eigenschaften der verschiedenen Kristalle zu ermitteln, mußten die Versuche mit hinreichend kleinen elektrischen Feldstärken U ausgeführt werden. Nach unseren früheren Untersuchun-

gen²³ war es insbesondere im Temperaturgebiet zwischen 8 °K und 12 °K notwendig, $U < 0,5$ Volt/cm zu wählen. Außerhalb des genannten Bereichs liegen die Feldstärken U_D für das Einsetzen der Stoßionisation so hoch, daß bei den üblichen Gleichstromanordnungen mit 4–6-Volt-Batterien keine Beschränkungen

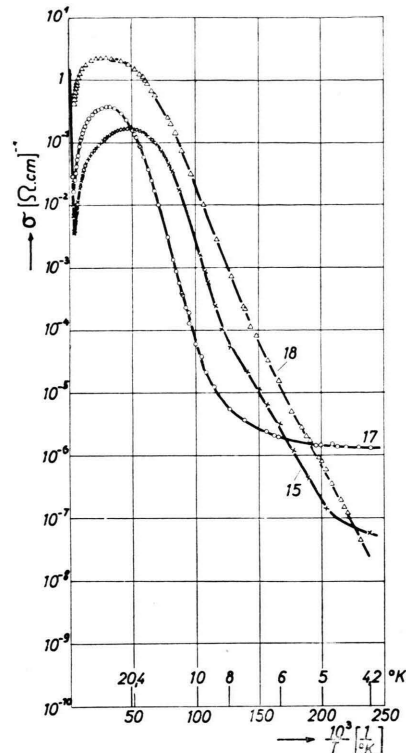


Abb. 3. Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit verschiedener n-Ge-Einkristalle zwischen 4,2 °K und 300 °K.

gen erforderlich sind. Die Belastungsströme bleiben unter diesen Bedingungen so klein, daß keine schädlichen Erwärmungen auftreten. Zur Sicherheit wurde die Gültigkeit des OHMSchen Gesetzes in jedem Einzelfall überprüft.

In den Abb. 3–5 sind die Temperaturabhängigkeiten der elektrischen Leitfähigkeit, der HALL-Konstanten und des Produktes $|A_H| \sigma$ dargestellt worden. Bei den HALL-Effekt-Bestimmungen hatte die magnetische Feldstärke innerhalb der Meßgenauigkeit keinen Einfluß auf die Größe der A_H -Werte. Die geometrischen Bedingungen (Verhältnis Länge zu Breite der Probe, Potentialsondenabstand vom Rand) waren stets so gewählt, daß keine Verfälschungen der Resultate auftreten konnten. Bevor wir auf eine Auswertung und Diskussion eingehen, sollen noch einige Bemerkungen über die Kontroll-

messungen eingefügt werden, die sicher zeigen, daß die beobachteten Ergebnisse echte Volumeneffekte sind.

Unterschiedliche Ätzmethoden und eine Veränderung der geometrischen Dimensionen in bezug auf das Verhältnis Volumen/Oberfläche hatten keinerlei Einfluß auf das jeweilige Meßresultat. Zudem wurde festgestellt, daß ein transversales elektrisches Feld

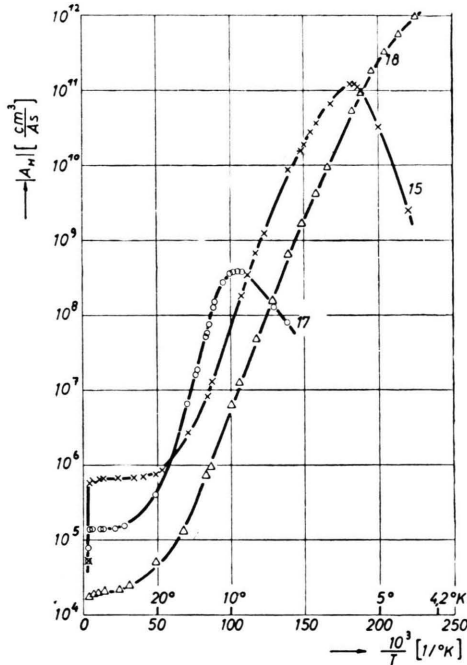


Abb. 4. Temperaturabhängigkeit der HALL-Konstanten verschiedener n-Ge-Einkristalle zwischen 4,2 °K und 300 °K.

von 2200 Volt/cm bei beliebiger Polung keine Veränderungen der Probeneigenschaften hervorrief. Wären Oberflächenrandschichten entscheidend an den beobachteten Effekten beteiligt, hätten sich unter dieser Feldeinwirkung Abweichungen >1% von den ohne Feld bestimmten Transportgrößen ergeben müssen. Eine Wiederholung der Versuchsreihen mit neu angelöteten Kontakten erbrachte die gleichen Resultate. Die zeitlich irreversiblen Änderungen blieben sicher <3%.

Um näheren Aufschluß über die Störstellenart und den Störstellengehalt der Einzelproben zu bekommen, wollen wir die $A_H(T)$ -Abhängigkeit im Gebiet der reinen Störstellenhalbleitung quantitativ

auswerten. Da unter 20 °K die Trägerdichte n sehr klein gegen die Dichte $N_D - N_A$ im Gebiet vollständiger Ionisation und, wie sich zeigen wird, auch n noch klein gegen die Akzeptorkonzentration N_A bleibt, können wir nach SHOCKLEY²⁹ die Beziehung

$$n = \frac{N_D - N_A}{N_A} 2 g_D \left(\frac{2 \pi m_d k T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\Delta E_D / k T} \quad (1)$$

benutzen, wobei g_D das Verhältnis der statistischen Gewichte der freien und der gebundenen Elektronenzustände am Donator, ΔE_D die Aktivierungsenergie der Donatoren und m_d die durch

$$m_d = N_V^{2/3} (m_{\perp}^2 m_{\parallel})^{1/3} \quad (\text{s. Anm. }^{30}) \quad (2)$$

(N_V = Zahl der Ellipsoide im f-Raum, m_{\perp} = transversale, m_{\parallel} = longitudinale Masse) gegebene „density-of-states“-Masse der Elektronen bedeuten. Der Zusammenhang mit A_H wird durch

$$A_H = r / n e \quad (3)$$

bestimmt, wobei r je nach der Art des Streumechanismus Werte zwischen 1 und 2 annimmt. Aus der Temperaturabhängigkeit des $|A_H| \sigma$ ergibt sich, daß sich die Proben 15 und 18 bis zu 10 °K noch im Bereich überwiegender Gitterstreuung befinden, während bei der Probe 17 bei 20 °K das Maximum der HALL-Beweglichkeit schon überschritten ist und hier die Streuung an ionisierten Zentren hervortritt. Wir wollen daher bei den Kristallen 15 und 18 $r = 3 \pi / 8$ und bei 17 $r = 315 \pi / 512$ näherungsweise einsetzen. In dieser Weise wird auch das Überschneiden der $A_H(T)$ -Kurven der Proben 15 und 17 zwanglos gedeutet. Die nunmehr aus dem Anstieg ermittelten ΔE_D -Werte sind in die Tab. 1 eingetragen worden. Sb ist in allen Fällen als wirksamer Donator anzusehen. Der geringfügig erhöhte Wert bei Probe 17 entspricht ähnlichen Beobachtungen anderer Autoren³¹ bei p-n-kompensierten Elementhalbleitern. Die im Gebiet vollständiger Ionisation unmittelbar ablesbaren Konzentrationen $N_D - N_A$ sind bei allen Kristallen mit $r = 3 \pi / 8$ ermittelt worden. Zur Berechnung des N_A sollen $g_D = 1/2$, $N_V = 4$ für n-Ge und m_{\perp} und m_{\parallel} mit ihren bekannten Zyklotronresonanzwerten eingesetzt werden³². Mit den so aus Gl. (1) bestimmten N_A sind dann die ebenfalls in der Tabelle enthaltenen N_D gefunden worden. Die Größe $(N_D - N_A) / N_D$ kann als Maß der p-n-Kom-

²⁹ W. SHOCKLEY, *Electrons and Holes in Semiconductors*, Van Nostrand, New York 1950, S. 472.

³⁰ C. HERRING, *Bell Syst. Tech. J.* **34**, 237 [1955].

³¹ T. H. GEBALLE u. F. J. MORIN, *Phys. Rev.* **95**, 1085 [1954].

³² V. A. JOHNSON u. K. LARK-HOROVITZ, *Progress in Low Temperature Physics* (C. J. GORTER), North Holland Publ. Co., Amsterdam 1957, S. 187.

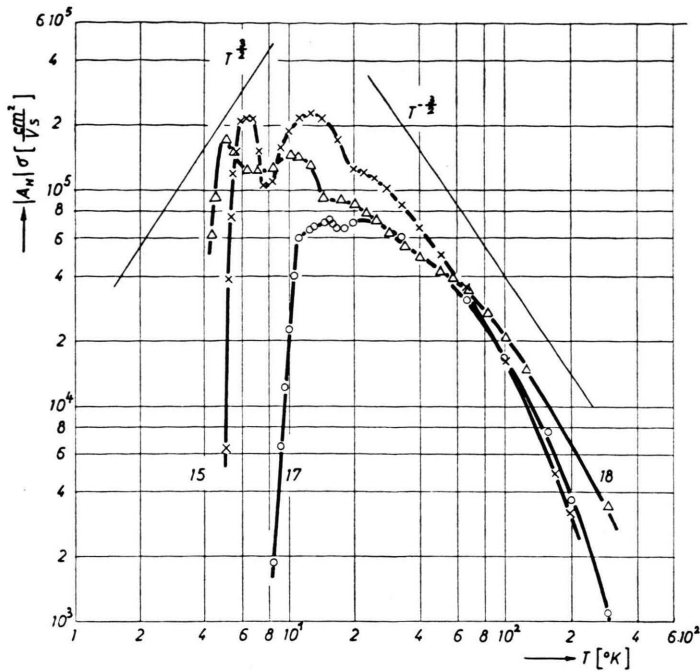


Abb. 5. Temperaturabhängigkeit der Größe $|A_H|\sigma$ verschiedener n-Ge-Einkristalle zwischen 4,2 °K und 300 °K.

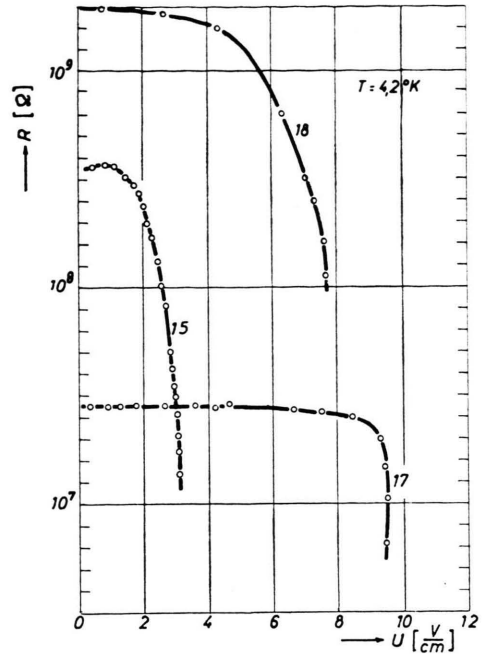


Abb. 6. Feldstärkeabhängigkeit des Widerstandes verschiedener n-Ge-Einkristalle bei 4,2 °K.

pensation angesehen werden. Sie wird 0 bei vollständiger Störstellenkompensation und 1 bei einem akzeptorfreen Überschußhalbleiter. Die erwähnten $(N_D - N_A)/N_D$ -Werte zeigen deutlich, daß die Probe 17 extrem stark gegendotiert ist, aber auch die eigenleitenden Kristalle noch als stark p-n-kompensiert anzusprechen sind.

Betrachten wir nun das Auftreten der Störbandleitung im Zusammenhang mit dieser Aussage, so geht aus unseren Messungen hervor, daß eine p-n-Kompensation günstigere Bedingungen für die Störbandleitung bietet, wie auch theoretisch zu fordern ist. Nur in diesem Fall hat das von Donator zu Donator weitergereichte Elektron eine Chance, in seiner unmittelbaren Nachbarschaft auch bei Konzentrationen unter 10^{17} cm^{-3} noch einen ionisierten Donator anzutreffen, zu dem ein Platzwechsel möglich ist. Extrem deutlich wird das bei einem Ver-

gleich der Proben 15 und 18. Trotz höherer Störstellenkonzentration geht die Probe 18 erst bei tieferen Temperaturen zur Störbandleitung über als Probe 15. Hier stellen sich offenbar der Bewegung der Elektronen viele besetzte Donatoren hemmend in den Weg, während beim Kristall 15 praktisch jeder Donator von nichtbesetzten Donatoren umgeben ist. Daß die noch stärker p-n-kompensierte Probe 17 schon bei 10 °K in die Störbandleitung einmündet, hängt u. a. auch noch mit dem höheren $N_D + N_A$ zusammen.

Qualitativ können diese Verhältnisse modellmäßig so dargestellt werden, daß die Beweglichkeit im Störband in extremem Maße von dem Besetzungsgrad abhängig ist. Obgleich z. B. bei der Probe 18 im Störband mehr Ladungsträger verfügbar sind und daher das Band selbst auch einen größeren Energiebereich überdeckt, wird die Bewegungsmög-

| Probe Nr. | ρ bei 300 °K Ohm·cm | Dotierung | ΔE_D eV | $(N_D - N_A)$ cm^{-3} | N_A cm^{-3} | N_D cm^{-3} | $(N_D - N_A)/N_D$ |
|-----------|-----------------------------|-----------|--------------------|-----------------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------|
| 15 (14) | 40 | — | 0,0096 | $1,1 \cdot 10^{13}$ | $6,3 \cdot 10^{13}$ | $7,4 \cdot 10^{13}$ | 0,15 |
| 17 | 40 | Sb+In | 0,0100 | $5,4 \cdot 10^{13}$ | $9,8 \cdot 10^{14}$ | $1,04 \cdot 10^{15}$ | 0,052 |
| 18 | 5 | Sb | 0,0093 | $3,5 \cdot 10^{14}$ | $2,1 \cdot 10^{14}$ | $5,6 \cdot 10^{14}$ | 0,63 |

Tab. 1.

lichkeit im Mittel durch die höhere Bandauffüllung beim Kristall 18 ungleich stärker vermindert. Es bleibt jedoch hier wie auch bei älteren Messungen anderer Autoren unklar, warum bei einer über 50-proz. Bandbesetzung keine Löcherleitung mit einer entsprechenden Vorzeichenumkehr des HALL-Effektes auftritt^{2, 4, 5, 6}.

Die Maxima der $A_H(T)$ -Kurven ermöglichen außerdem eine ungefähre Abschätzung der mittleren Beweglichkeit im Störband. Im allgemeinen Fall einer Zweibänderleitung gilt

$$A_H = \frac{1}{e} \frac{n_1 \mu_{H1} \mu_1 + n_2 \mu_{H2} \mu_2}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2} \quad (4a)$$

bzw.

$$\mu_{\text{eff}} \equiv |A_H| \sigma = \frac{n_1 \mu_{H1} \mu_1 + n_2 \mu_{H2} \mu_2}{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2} \quad (4b)$$

(μ_H = HALL-Beweglichkeit, μ = Driftbeweglichkeit, 1 = Leitungsband, 2 = Störband).

Da $\mu_{H2} \ll \mu_{H1}$, gilt im Maximum von $|A_H|$ $n_1 \mu_1 \approx n_2 \mu_2$. Setzt man einmal $\mu \approx \mu_H$ und und μ_1/μ_2 unabhängig von T , so ergibt sich für $|A_H|_{\text{max}} \sigma$ näherungsweise $\mu_1/2$. Um den Wert der Beweglichkeit der Elektronen im Leitungsband zu erhalten, müssen also die $|A_H| \sigma$ -Meßwerte bei den Temperaturen der Maxima verdoppelt werden. Wie man der Abb. 5 entnehmen kann, passen sich die so bestimmten μ -Werte ausgezeichnet an den bei Temperaturen über 10°K ermittelten Verlauf an, so daß der gezeichnete starke Abfall aufgehoben ist. Damit ist gezeigt, daß dieser Kurventeil ursächlich mit der Störbandleitung und mit einem Zweibändermechanismus verknüpft ist und nicht mehr als HALL-Beweglichkeit gedeutet werden kann. Weiterhin erhält man aus dem Verhältnis der A_H -Werte im Maximum und im Gebiet vollständiger Ionisation der Störstellen

$$|A_H|_{\text{max}} (N_D - N_A) e \approx \frac{N_D - N_A}{4 n_1} \approx \frac{1}{4} \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (5)$$

Bei den vorliegenden Ergebnissen wird

$\mu_2 \approx 0,3 \text{ cm}^2/\text{Volt sec}$ bei Probe 15 für $5,5^\circ\text{K}$ und $\mu_2 \approx 3,5 \text{ cm}^2/\text{Volt sec}$ bei Probe 17 für $10,0^\circ\text{K}$. Die Unterschiede in diesen etwas hypothetischen Werten sind unter Berücksichtigung der Störstellenverhältnisse in den genannten Proben durchaus plausibel.

Unsere Messungen können also im Rahmen der geschilderten Modellvorstellung qualitativ verstanden werden, wobei in Übereinstimmung mit theoretischen Forderungen der große Einfluß der p-n-

Kompensation evident ist. Es darf noch erwähnt werden, daß auch die Messungen der magnetischen Widerstandsänderung an diesen Kristallen in qualitativem Einklang mit diesen Überlegungen sind²⁴.

Abschließend sei noch auf ein nicht geklärtes Faktum hingewiesen. Die Leitfähigkeitskurven der Abb. 3 zeigen zwischen 6°K und 8°K leichte Knickpunkte, die offensichtlich durch Anomalien in den $\mu(T)$ -Werten verursacht sind. Dieser eigenartige Verlauf der Beweglichkeits-Temperatur-Kurven ist von uns schon häufiger an Sb-dotierten Ge-Kristallen beobachtet worden. Mit aller Vorsicht könnte man versuchen, diesen Effekt mit Hilfe der von SCLAR³³ entwickelten Theorie der Ladungsträgerstreuung an ionisierten Störstellen bei tiefen Temperaturen zu deuten. Da die übliche BORNsche Näherung bei der Behandlung der Elektronenstreuung an ionisierten Zentren in diesem Gebiet nicht mehr gültig ist, braucht das bekannte $T^{3/2}$ -Gesetz nicht erfüllt zu sein. Es läßt sich zeigen, daß bei bestimmten Potentialverhältnissen und Elektronengeschwindigkeiten ein RAMSAUER-Effekt auftreten und die Beweglichkeit entsprechend verändern kann.

4. Verhalten im Stoßionisationsbereich ($U \approx U_D$)

Die vorstehend beschriebenen Meßresultate werden erheblich verändert, wenn die elektrische Feldstärke sich dem kritischen Wert U_D nähert oder diesen sogar überschreitet. Hier treten Abweichungen vom OHMSchen Gesetz auf, die Probenwiderstände werden feldstärkeabhängig. Abb. 6 zeigt diesen Zusammenhang für die n-Ge-Kristalle 15, 17 und 18 bei $4,2^\circ\text{K}$. Die Kurven werden vollständig reversibel durchlaufen und sind bei der gleichen Probe quantitativ reproduzierbar. Offensichtlich besteht qualitativ die schon aus früheren Arbeiten^{23, 26, 27} her bekannte Korrelation zwischen dem Beginn des Steilabfalles, also dem U_D , und der Probenreinheit. Die sauberste Probe 15 hat die niedrigste „Durchschlagsfeldstärke“, der höchste Wert wird bei dem stark p-n-kompensierten Kristall 17 gefunden.

Bei der Festlegung der kritischen Feldstärken können wir verschiedene Definitionen benutzen. Es erscheint nach der Art der Kurven der Abb. 6 wenig sinnvoll, dem U -Wert besondere Bedeutung beizumessen, bei dem die ersten Abweichungen vom OHMSchen Gesetz auftreten. So definieren auch SCLAR

³³ N. SCLAR, Phys. Rev. **104**, 1548 [1956].

und BURSTEIN²⁶ ein U_D in der Weise, daß sie das Maximum der Neigung $\Delta R/\Delta U$ bestimmen, während KOENIG und GUNTHER-MOHR²⁷ den Abszissenwert einer senkrechten Kurventangente in einem Strom-Spannungs-Diagramm als U_D wählen. In der vorliegenden Arbeit haben wir den letzten senkrechten Abfall der reversiblen $R(U)$ -Kurven mit der Abszisse zum Schnitt gebracht und diese Feldstärke U_D genannt. Diese Definition stimmt im wesentlichen mit der Festlegung von KOENIG und GUNTHER-MOHR überein. Sie führt in den Fällen zu anderen Werten, bei denen die Feldstärken in den Proben mit abnehmendem Widerstand absinken (negative Widerstände)²⁴.

Um nachzuweisen, daß die beobachteten Effekte auf Vorgängen im Halbleiterinnern beruhen, sind verschiedene Testversuche ausgeführt worden. In Übereinstimmung mit SCLAR und BURSTEIN²⁶ sind die Versuchsergebnisse unabhängig von der benutzten Ätzmethode, vom geometrischen Verhältnis Volumen/Oberfläche, von einer Neukontaktierung der Spannungssonden – es wurde auch hier stets mit getrennten Strom- und Spannungszuführungen gearbeitet – und von einem transversalen elektrischen Feld. Diese Befunde machen es sehr wahrscheinlich, daß die Oberflächen keinen nennenswerten Einfluß haben. Das wird auch weiterhin durch die noch zu beschreibende magnetische Einwirkung bestätigt.

Als Ursache für diese bemerkenswerte Erscheinung darf man bei normalem Störleitungsmechanismus die Ladungsträgervielfachung durch Stoßionisation ansehen¹⁸, wobei man noch darüber diskutieren kann, welche Stellen durch den Aufprall der Elektronen ionisiert werden. Den unmittelbaren Nachweis für diese Auslegung bringen HALL-Effekt-Messungen, die eine Abnahme der HALL-Konstanten ergeben, deren Betrag fast quantitativ mit der Widerstandsabnahme übereinstimmt. Damit ist gleichzeitig klar, daß sich bei dieser Art Proben auch die Trägerbeweglichkeit im Feld nicht wesentlich ändert. Leider war es uns aus apparativen Gründen (zu geringe Kapazität der He-Verflüssigung) wegen der zu großen JOULE-Wärme nicht möglich, den „Durchschlag“ bis zu den Trägerdichten der Störstellenerschöpfung vorzutreiben. Impulsmessungen von SCLAR und BURSTEIN lassen aber bei diesen Konzentrationen einen stark verzögerten Abfall der $R(U)$ -Kurven erkennen. Es ist daher naheliegend, von einer Stoßionisation neutraler Störstellen zu sprechen. Diese Tatsache macht auch die völlige Reversibilität des Effektes verständlich. Aus den gleichen

Impulsmessungen folgt außerdem als Zeitkonstante für das An- und Abklingen der Elektronenlawinen ein Wert unter 10^{-8} sec.

Eine einfache korpuskulare Betrachtung liefert als Abschätzung, daß etwa 10–15 quasielastische Zusammenstöße der Elektronen mit dem Gitter oder den Gitterstörungen notwendig sind, bis das stoßende Teilchen die Störstellenaktivierungsenergie erreicht. Mit einer Beweglichkeit von $2 \cdot 10^5$ cm² pro Volt sec bei 10 °K (Abb. 5) folgt in einem elektrischen Feld von 10 Volt/cm eine Driftgeschwindigkeit von $2 \cdot 10^6$ cm/sec. Dieser Wert liegt bereits über der thermischen Geschwindigkeit der Elektronen von etwa $1,6 \cdot 10^6$ cm/sec, so daß die Feldwirkung schon eine starke Störung der Elektronenverteilung darstellt. Die hier nicht berücksichtigte Statistik wird diese Werte noch etwas verändern, da die schnellsten Elektronen der Verteilung bei diesen Vorgängen besonders ins Gewicht fallen.

Nach diesen Überlegungen kommt der Trägerbeweglichkeit für das Zustandekommen der Stoßionisation besondere Bedeutung zu. Aus den Messungen in den Abb. 3–5 ist aber bekannt, daß zumindest bei den Proben 15 und 17 bei 4,2 °K durch die Störbandleitung eine erhebliche Verminderung der effektiven Beweglichkeit bedingt ist. Hier müßte man also in Ergänzung zu dem beschriebenen Verhalten der Halbleiter im Bereich der Störstellenhalbleitung normaler Art annehmen, daß z. B. die in ihrer Konzentration um viele Zehnerpotenzen verminderten, aber recht schnellen Elektronen des Leitungsbandes die Stoßionisation verursachen. Die HALL-Konstante sollte in diesem Falle infolge einer Vermehrung der Elektronen im Leitungsband auf Kosten der Elektronen im Störband wieder ansteigen. Das widerspricht den experimentellen Ergebnissen. So haben wir in einer früheren Arbeit²³ Messungen der Leitfähigkeit und des HALL-Effektes an der Probe 17 in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke bei 8,5 °K und 9,5 °K mitgeteilt. Auch bei diesen Temperaturen befindet sich der Kristall bereits im Gebiet der überwiegenden, wenn auch noch nicht vollständigen Störbandleitung. Aus (4 a) und (4 b) und den Abschätzungen für das Verhältnis μ_1/μ_2 folgt, daß hier zwar $n_1 \mu_1 \ll n_2 \mu_2$, aber noch $n_1 \mu_1^2 \gg n_2 \mu_2^2$ gilt. Dann ergibt sich

$$A_H = \frac{1}{e} \frac{n_1 \mu_{H1} \mu_1}{n_2^2 \mu_2^2}, \quad (6a)$$

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{n_1 \mu_{H1} \mu_1}{n_2 \mu_2}. \quad (6b)$$

Die in der Abb. 2 der zitierten Arbeit²³ wiedergegebene Verminderung von $|A_H|$ mit steigendem $U \approx U_D$ ist mit einer Zunahme von n_1/n_2 nicht verträglich. Die aus den Meßwerten ermittelte effektive Beweglichkeit $|A_H| \sigma_H$ ist in der Abb. 7 als Funktion der elektrischen Feldstärke dargestellt. Nach einem nahezu konstanten Verlauf erfolgt im Abfallgebiet des Widerstandes eine Beweglichkeitsverminderung um mehr als eine Größenordnung, im Gegensatz zu den Messungen an Proben außerhalb der Störbandleitung (z. B. 18) und im Gegensatz zu einer Zunahme von n_1/n_2 nach Gl. (6b).

Es bliebe allerdings noch der Ausweg, eine extrem starke Verminderung der Trägerbeweglichkeit μ_1 zu postulieren und dann trotz einer Zunahme von n_1/n_2 noch eine Abnahme von $|A_H|$ zu erzielen. Da es sich hier um Größenordnungsveränderungen handelt, müßte diese Herabsetzung von μ_1 auch mehrere Zehnerpotenzen umfassen. Das ist aber nach den Daten der Tab. 1 für diese Probe sehr unwahrscheinlich. Wohl tritt mit zunehmender Störstellenionisation eine Verminderung von μ_1 infolge einer Zunahme der Zahl von ionisierten Zentren ein, letztere kann aber höchstens von $2N_A$ auf $N_D + N_A$, also bei Probe 17 nur um einen Faktor 1,03 wachsen. Die Beweglichkeit selbst wird etwas stärker variieren, da nach SCLAR³³ und BLATT³⁴ die anziehenden Zentren einen größeren Wirkungsquerschnitt aufweisen als die abstoßenden. Eine größenordnungsmäßige Änderung von μ_1 ist jedenfalls nicht plausibel.

Eine Deutungsmöglichkeit hat SCHOTTKY angegeben³⁵. Bei dem Fortwandern eines Elektrons im Störband wird es bei seinem Eintreffen an einer Nachbarstörstelle eine – noch nicht erklärte – Gitterrelaxation hervorrufen und unter Austausch von Schwingungsenergie mit dem Gitter gebremst. Das Fortwandern nimmt daher den Charakter einer Diffusion mit Vorzugsrichtung an. Die Existenz einer endlichen Aktivierungsenergie ist durch die Messungen von FRITZSCHE⁶ bewiesen. Sie liegt bei Sb-dotierten Ge-Kristallen bei $1,6 \cdot 10^{-3}$ eVolt. Wird dieser Energiebetrag dem Teilchen bei einem Sprung durch das äußere elektrische Feld zugeführt oder ist die aufgenommene Energie gar größer, so vermag das Elektron an der Nachbarstörstelle vorbeizuwandern. Eine Bremsung in stärkeren elektrischen Feldern wird nunmehr von den thermischen Gitterschwingungen übernommen. Das Teilchen kann als quasifrei und der durch das elektrische Feld ver-

ursachte Vorgang als eine Art Ionisation im Störband aufgefaßt werden.

In unserem Bandmodell entspricht dieser Mechanismus einer Beweglichkeitserhöhung aller Elektronen des Störbandes. Es ist durchaus plausibel, daß sie mit einer bestimmten Feldstärke einsetzt und erhebliche Beträge annimmt. Bei konstantem n_1/n_2 ist damit eine Abnahme von $|A_H|$ ebenso wie eine Abnahme von μ_{eff} mit steigendem U verständlich. Da μ_2 in A_H quadratisch, in μ_{eff} nur linear enthalten ist, sollten die Änderungen dieser Größen in einem entsprechenden Verhältnis stehen. Diese Forderung ist quantitativ nicht ganz erfüllt. Zum Beispiel fällt $|A_H|$ von dem Wert bei 4,1 Volt/cm auf 1/94 bei 10,2 Volt/cm, demgegenüber nimmt μ_{eff} unter den gleichen Bedingungen auf 1/21 ab. Als Ursache für diese Diskrepanz kann eine gleichzeitig auftretende, hier aber unberücksichtigte Verminderung von μ_1 wirksam sein. Eine solche *geringe* Abnahme erscheint nicht so ganz unvernünftig, wenn man beachtet, daß durch die Befreiung der Teilchen des Störbandes auch alle bei kleinen elektrischen Feldern noch neutralen Störstellen zu ionisierten Zentren werden, deren Streuquerschnitt für die Elektronen des Leitungsbandes bis 10-mal größer sein kann als der der ionisierten Akzeptoren und zudem ist der von SCLAR postulierte RAMSAUER-Effekt bei der Elektronenstreuung außerordentlich empfindlich von kleinen Veränderungen der Dichte der ionisierten Zentren abhängig. So läßt sich eine quantitative Übereinstimmung erzielen, wenn man für μ_1 zwischen 4,1 Volt/cm und 10,2 Volt/cm eine Verminderung um den Faktor 2,1 annimmt. μ_2 variiert dann noch um den Faktor 4,6.

Nach diesen Ausführungen scheint der von SCHOTTKY vorgeschlagene Mechanismus die Meßergebnisse im Gebiet der Störbandleitung wenigstens qualitativ erklären zu können. Es bliebe noch nachzutragen, daß man bei Störstellendichten von 10^{14} cm^{-3} aus dem mittleren Störstellenabstand von etwa $5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ schon mit Feldstärken der Größenordnung 5 Volt/cm die erforderlichen Werte der Relaxationsenergien erreichen kann. Es erscheint uns zudem denkbar, daß der bei normaler Störstellenhalbleitung experimentell bewiesene Stoßionisationsmechanismus ausgeschaltet wird, sobald die Teilchen des Störbandes quasifrei wandern können

³⁴ F. J. BLATT, J. Phys. Chem. Solids **1**, 262 [1957].

³⁵ Briefliche Mitteilung vom 26. 2. 1958. Die Verff. möchten Herrn Prof. SCHOTTKY für diesen Hinweis herzlich danken.

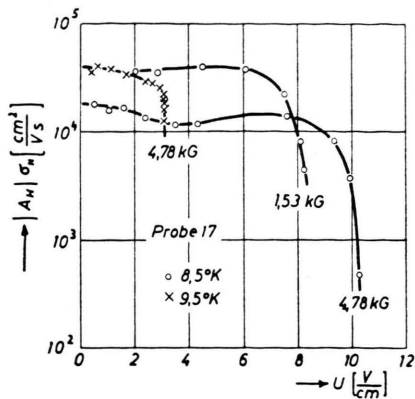


Abb. 7. Feldstärkeabhängigkeit der Größe $|A_H|\sigma_H$ eines p-n-kompensierten n-Ge-Einkristalls im Bereich der Störbandleitung. Parameter: Magnetfeldstärke.

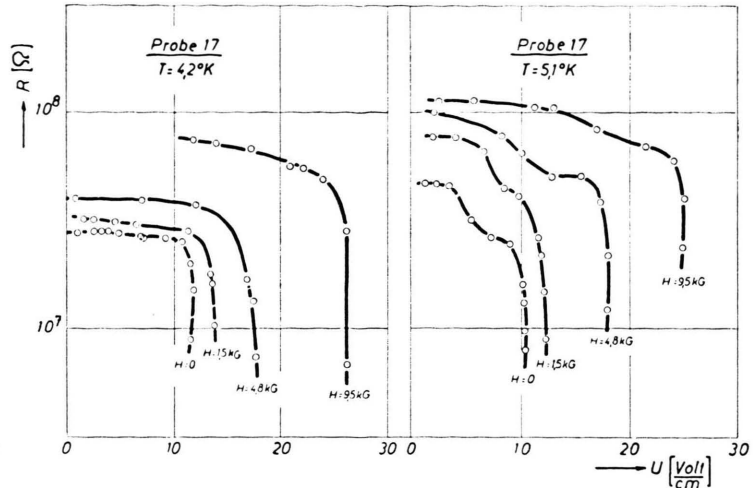


Abb. 8. Änderung der Feldstärkeabhängigkeit des Widerstandes eines n-Ge-Einkristalles mit der Temperatur. Parameter: Magnetfeldstärke.

und damit eine durch Stoß behebbare Bindung an ein bestimmtes Zentrum nicht mehr vorliegt.

Unsere Interpretation der Feldstärkeabhängigkeit des elektrischen Widerstandes der Ge-Kristalle hat gewisse Konsequenzen für die Temperaturabhängigkeit der U_D -Werte. In dem gewöhnlichen Störstellengebiet ist der reziproke Zusammenhang zwischen U_D und der Trägerbeweglichkeit im Leitungsband gut erfüllt^{23, 26}. Die kritischen Feldstärken nehmen daher bei allen Proben mit abnehmender Temperatur zunächst ab. Bei $T > 10^\circ\text{K}$ werden die Messungen durch Wärmeeffekte infolge der JOULE-Wärme gestört, so daß quantitative Angaben fehlerhaft sind. Sicher liegen die U_D -Werte bei $14,0^\circ\text{K}$ über 25 Volt/cm im Vergleich zu 1–2 Volt/cm in der Umgebung von 10°K . Unterhalb 10°K muß erwartet werden, daß sich bei den Proben 15 und 17 das Einsetzen der Störbandleitung mit dem anderen Leitungsmechanismus für $U \approx U_D$ im Temperaturverlauf bemerkbar macht. Wie der Abb. 3 unserer früheren Arbeit²³ zu entnehmen ist, steigt U_D bei Probe 17 dicht unter 10°K auf etwa 7 Volt/cm an, um zu tieferen Temperaturen hin wesentlich schwächer zu wachsen. Diese Abhängigkeit kann mit der Trägerbeweglichkeit im Leitungsband quantitativ nicht in Einklang gebracht werden. Ein ähnlicher Anstieg ist bei der Probe 15 unter 5°K angedeutet, also wieder in einem Bereich, in dem die Störbandleitung zu überwiegen beginnt. Die leichte Temperaturabhängigkeit der U_D -Werte unterhalb dieser Über-

gangstemperaturen wird durch die Begünstigung der Trägerbefreiung im Störband durch die thermische Energie verständlich³⁵.

Eine quantitative Deutung der Experimente scheitert zur Zeit an einer Reihe ungeklärter Sekundäreffekte. So beobachtet man vielfach, daß sich die Form der $R(U)$ -Kurven mit der Temperatur ändert, wie in der Abb. 8 als Beispiel dargestellt ist. Ob hier eine Überlagerung verschiedener Mechanismen der gleichen Art vorliegt, kann noch nicht definitiv entschieden werden. Offensichtlich haben auch die Kontakte unter Umständen einen Einfluß auf die Kurvenform, wenn auch der reversible U_D -Wert weniger empfindlich zu sein scheint. So konnten wir z. B. bei der Probe 18 auch irreversible Änderungen mit Bereichen negativer Widerstände beobachten, die wohl mit der Trägerinjektion in nicht einwandfreien Kontakten in Zusammenhang stehen. Diese Effekte sind durch Neukontaktierung leicht zu beheben. Es darf noch erwähnt werden, daß eine Deutung des ganzen $R(U)$ -Verlaufs durch *avalanche injection* von den Kontakten her³⁶ wegen der geringen Feldstärken am Gesamtkristall sicher auszuschließen ist.

5. Magnetische Beeinflussung der „Durchschlagsvorgänge“

Aus den Abb. 7 und 8 ist ersichtlich, daß ein transversales Magnetfeld die feldstärkeabhängige

³⁶ J. B. GUNN, Proc. Phys. Soc., Lond. B 69, 781 [1956].

Widerstandsabnahme verringert und die kritischen elektrischen Feldstärken U_D nach höheren Werten zu verschiebt. Diese Beobachtung findet im Rahmen der entwickelten Modellvorstellungen ihre einfache Deutung. Im Magnetfeld werden die Elektronenbahnen zwischen zwei Stoßprozessen gekrümmt. Da die mittlere freie Weglänge der Träger sicher nicht größer wird, nimmt der freie Flugweg in Richtung der elektrischen Feldstärke ab. Damit verringert sich die Energieaufnahme aus diesem Feld. Um die gleichen energetischen Verhältnisse wie im Falle $H=0$ zu schaffen, müssen die U -Werte erhöht werden. Die-

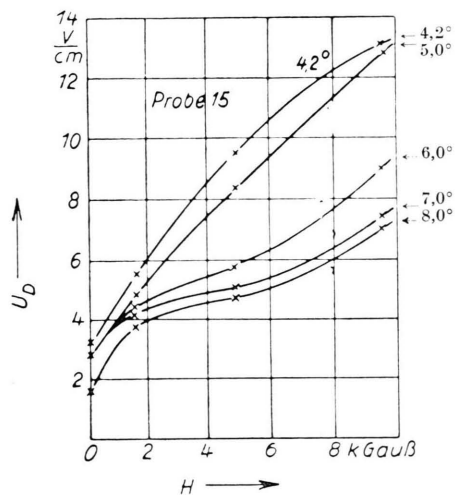


Abb. 9. Magnetfeldabhängigkeit der Durchschlagsfeldstärke eines bei Zimmertemperatur eigenleitenden n-Ge-Kristalls. Parameter: Temperatur.

ser Effekt muß sich um so stärker auswirken, je größer die freie Weglänge, je reiner also die Kristalle sind.

In den Abb. 9 – 11 sind die „Durchschlagsfeldstärken“ U_D bei verschiedenen konstanten Temperaturen in Abhängigkeit vom Magnetfeld für die untersuchten Proben aufgetragen worden. Bei der experimentellen Bestimmung dieser Werte wurden die elektrischen und magnetischen Felder stets unabhängig voneinander umgepolt, um den evtl. Einfluß von magnetischen Sperrschichten und Raumladungseffekten an den Elektroden zu kontrollieren. In keinem Fall ist eine größere Korrektur notwendig gewesen.

Qualitativ läßt sich feststellen, daß beim Übergang zur Störbandleitung die Kurven die Tendenz zeigen, geradlinig zu werden (Probe 17, Probe 15 unter 5°K), während im normalen Störleistungs-

gebiet kein einheitlicher Verlauf zu finden ist. Hierbei müssen wir erwähnen, daß in diesem Bereich auch die magnetische Widerstandsänderung implizit

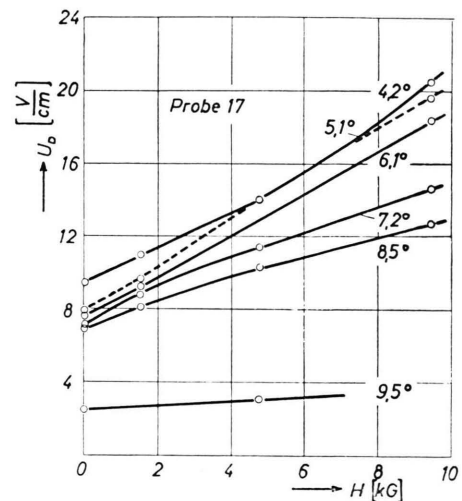


Abb. 10. Magnetfeldabhängigkeit der Durchschlagsfeldstärke eines mit In und Sb p-n-kompensierten n-Ge-Kristalls. Parameter: Temperatur.

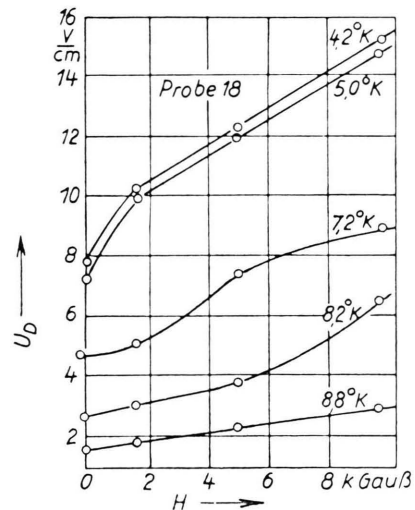


Abb. 11. Magnetfeldabhängigkeit der Durchschlagsfeldstärke eines schwach mit Sb dotierten n-Ge-Einkristalls. Parameter: Temperatur.

eingeht, die ihrerseits nach den Untersuchungen von LAUTZ und RUPPEL³⁷ bei tiefen Temperaturen starke individuelle Unterschiede zwischen den Einzelproben erkennen läßt. In ursächlichem Zusammenhang da-

³⁷ G. LAUTZ u. W. RUPPEL, Z. Naturforsch. **10a**, 521 [1955].

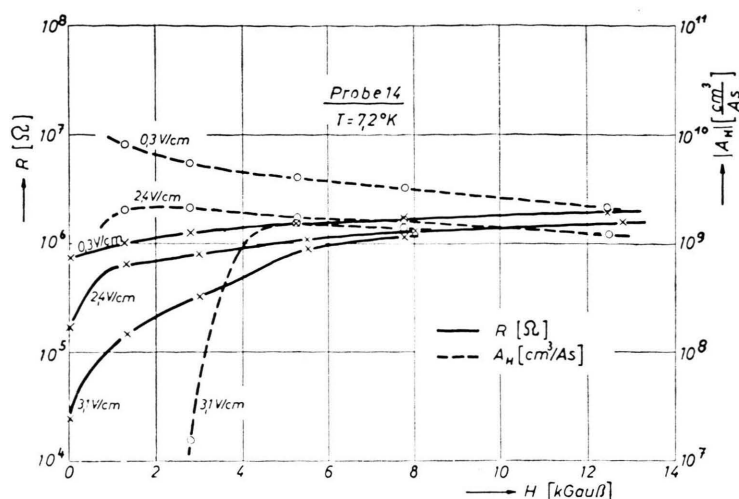


Abb. 12. Magnetfeldabhängigkeit des elektrischen Widerstandes und der HALL-Konstanten eines n-Ge-Einkristalls bei 7,2 °K. Parameter: Elektrische Feldstärke.

mit steht auch die mit steigendem Magnetfeld ablesbare Variation der Temperaturabhängigkeit der Feldstärken U_D . Die erwartete Korrelation zwischen Probenreinheit und Anstieg der $U_D(H)$ -Kurven wird durch das Experiment bestätigt.

Ein unmittelbarer Nachweis für die Aufhebung der Stoßionisation bei normaler Störstellenhalbleitung wird durch gleichzeitige Widerstands- und HALL-Effekt-Messungen bei verschiedenen konstanten elektrischen Feldstärken in Abhängigkeit vom Magnetfeld gegeben (Abb. 12). Bei 0,3 Volt/cm liegt die normale magnetische Widerstandsänderung vor, bei 2,4 Volt/cm sind für $H=0$ schon beträchtliche Abweichungen vom OHMSchen Verhalten beobachtbar, bei 3,1 Volt/cm ist der U_D -Wert fast erreicht. Die Widerstandskurven nähern sich mit steigendem Magnetfeld einander an, ohne sich jedoch völlig zu überdecken. Zwischen 5000 und 6000 Gauß ist die Widerstandsverminderung durch Stoßionisation weitgehend behoben. Der Sachverhalt wird auch durch die in der Abb. 12 eingetragenen $A_H(H)$ -Werte gut bestätigt. Die auch bei kleinen elektrischen Feldern noch vorhandene Abnahme der HALL-Konstanten kann bei dieser Messung durch Randeinflüsse infolge ungünstiger Probendimensionierung bedingt sein. Entsprechend dem oft viel komplexeren Verhalten einzelner Proben (vgl. Abb. 8) ist auch bei dem Magnetfeldeinfluß unter Umständen eine stufenweise Aufhebung der erhöhten Leitwerte aufzufinden.

Durch die vorstehenden Betrachtungen finden die großen relativen magnetischen Widerstandsänderungen der Proben ohne Störbandleitung ($\Delta\varrho/\varrho_0 \approx 10\,000\%$ bei 300 Gauß und 4,2 °K) und deren Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke eine einfache Erklärung. Diese Ergebnisse wurden schon in unserer früheren Arbeit²³ diskutiert. In Übereinstimmung mit den Experimenten wird die Zunahme der $\Delta\varrho/\varrho_0$ -Werte als Funktion von H bei jenen elektrischen Feldstärken maximal, bei denen der Beginn des Steilabfalles der $R(U)$ -Kurven einsetzt. Für $U \ll U_D$ bleibt nur die vergleichsweise kleine, normale magnetische Widerstandsänderung, für $U > U_D$ sind zur Beeinflussung der Stoßionisation größere H -Werte erforderlich.

Die hier mitgeteilten Untersuchungen haben FRIE zu theoretischen Betrachtungen über den Einfluß des Magnetfeldes auf die Stoßionisation angeregt³⁸. In Fortführung und Erweiterung der Theorie von FRANZ³⁹ findet FRIE, daß die Magnetfeldeinwirkung in der Energiebilanz durch die Einführung einer mit den veränderten Stoßwahrscheinlichkeiten zusammenhängenden effektiven Feldstärke statt der normalen elektrischen Feldstärke für $H=0$ beschrieben werden kann. Für diese Größe ergibt sich bei beliebigen magnetischen Feldstärken ein recht komplexer Ausdruck. Zudem sind die Ergebnisse von der kristallographischen Orientierung abhängig. Im Falle starker Magnetfelder und tiefer Temperaturen

³⁸ W. FRIE, Dissertation, Münster 1958; Z. Naturforschg. **14 a**, 54 [1959], voranstehend.

³⁹ W. FRANZ, Handbuch der Physik XVII, Springer-Verlag, Berlin 1956, S. 155.

besteht ein linearer Zusammenhang mit H , sofern das Magnetfeld in der Richtung [100] oder [111] liegt. Für ein Magnetfeld in Richtung [110] erhält man einen Sättigungswert. Wie FRIE zeigen kann, ergibt sich mit Hilfe seiner Theorie aus den linearen Kurven der Abb. 9 (Probe 15) ein durchaus vernünftiger Wert für die Stoßzahl, so daß eine befriedigende Übereinstimmung besteht.

Abschließend möchten wir Herrn Prof. JUSTI für die Möglichkeit zur experimentellen Durchführung dieser Arbeit herzlich danken. Besonderer Dank gilt den Herren Prof. SCHOTTKY und Prof. FRANZ für wertvolle Hinweise und Diskussionen. Die Einkristalle wurden uns dankenswerterweise von Herrn F. W. DEHMELT (Telefunken) zur Verfügung gestellt. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft hat die Untersuchungen durch Sachbeihilfen und Leihgaben großzügig unterstützt.

Theorie der Kleinwinkelstreuung von Röntgen-Strahlen und Neutronen durch innere Spannungen in festen Körpern, insbesondere durch Versetzungen

VON ALFRED SEEGER und EKKEHART KRÖNER

Aus dem Institut für theoretische und angewandte Physik der Technischen Hochschule Stuttgart und dem Max-Planck-Institut für Metallforschung, Stuttgart
(Z. Naturforschg. 14 a, 74—80 [1959]; eingegangen am 3. September 1958)

Die von Versetzungen herrührende Kleinwinkelstreuung, die bisher als Integral über das Dilatationsfeld der Versetzungen (und anderer Fehlstellen) ermittelt werden mußte, wird (soweit sie sich nach der linearen Elastizitätstheorie behandeln läßt) als Integral über die Versetzungsdichte dargestellt. Für Versetzungslinien (sog. singuläre Versetzungen) reduziert sich dieses Integral auf ein entlang der Versetzungslinien zu erstreckendes Linienintegral, mit dessen Hilfe die Rechnungen über die Kleinwinkelstreuung von Versetzungen sehr vereinfacht werden. Als Beispiel wird die Kleinwinkelstreuung durch kreisförmige Stufenversetzungsringe behandelt. Solche Ringe können durch die Kondensation von Leerstellen in Kristallen entstehen und spielen neuerdings eine Rolle bei der Diskussion der Vorgänge in abgeschreckten Metallen.

Für die Streuung von RÖNTGEN-Strahlen ist die Verteilung der Elektronen maßgebend. Betrachtet man einen Kristall einheitlicher chemischer Zusammensetzung, insbesondere einen Elementkristall (z. B. ein Metall), so ist bei genügend großer Ordnungszahl die Elektronendichte praktisch proportional der Dichte der Materie, da man unter diesen Bedingungen den Einfluß der Valenzelektronen neben demjenigen der Rumpfelektronen vernachlässigen kann. Durch die Kleinwinkelstreuung von RÖNTGEN-Strahlen werden bekanntlich die Variationen in der Elektronenverteilung, die durch die atomare Struktur der Kristalle bedingt sind, nicht erfaßt, wohl aber diejenigen Dichteveriationen, die sich über eine größere Zahl von Atomabständen hinweg erstrecken. Für die Beschreibung solcher Dichteveriationen eignet sich naturgemäß die Elastizitätstheorie besonders gut, so daß man zur Behandlung der Kleinwinkelstreuung durch innere Spannungen in festen Körpern zweckmäßigerweise von der im Sinne der Kontinuumsgeometrie definierten Volumdilatation $\Theta(\mathbf{r})$ als Funktion des Ortsvektors \mathbf{r} ausgeht. Man kann zeigen¹, daß die Amplitude der Kleinwinkel-

streuung näherungsweise durch die dreidimensionale FOURIER-Transformierte der Dilatation, also durch den Ausdruck

$$A(\mathbf{g}) = \iiint \Theta(\mathbf{r}) \exp(-i \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (1)$$

erstreckt über den ganzen Kristall, bestimmt ist. Hierbei ist der sog. Beugungsvektor \mathbf{g} als vektorielle Differenz zwischen dem Wellenvektor \mathbf{f}' der gestreuten und dem Wellenvektor \mathbf{f} der einfallenden Welle, also durch

$$\mathbf{g} = \mathbf{f}' - \mathbf{f}, \quad (2)$$

definiert. Bezeichnet 2ϑ den sog. Streuwinkel, d. h. den Winkel zwischen \mathbf{f}' und \mathbf{f} , so hängt der Betrag g des Beugungsvektors mit der Wellenlänge λ gemäß

$$g = \frac{4\pi \sin \vartheta}{\lambda} \quad (3)$$

zusammen².

¹ Siehe hierzu z. B. A. GUINIER u. G. FOURNET, Small-Angle Scattering of X-Rays, John Wiley & Sons, Inc., New York 1955 sowie A. SEEGER, International Conference on the Small-Angle Scattering from Metals, Kansas City 1958 (Veröffentl. J. appl. Phys., demnächst).

² Diese Bezeichnungen sind dieselben, wie sie früher verwendet wurden (A. SEEGER, Z. Naturforschg. 11 a, 724 [1956]).